Сравнение различных подходов для численного моделирования потоков на склонах гор

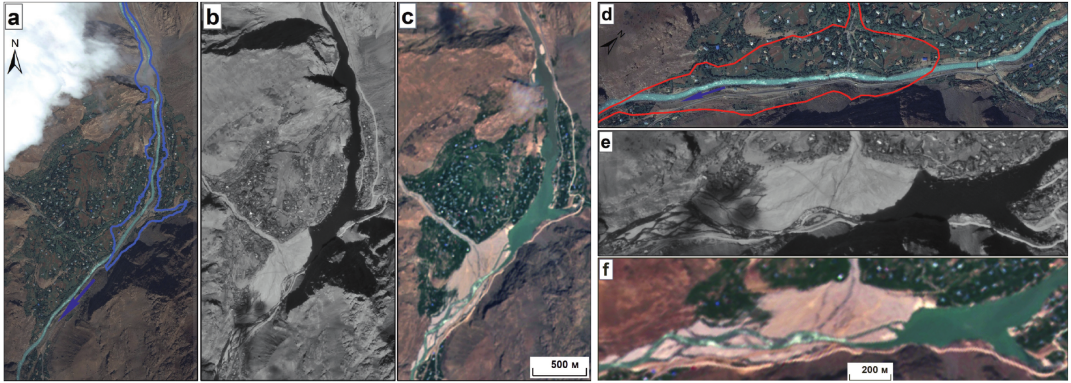
Дарья Романова

Институт системного программирования им. В.П. Иванникова РАН, Москва
Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

2020

Актуальность

Барсемская селевая катастрофа в июле 2015 года в Таджикистане (Докукин и др. 2019) привела к очень большим материальным убыткам.



Участок Барсемской селевой катастрофы на космических снимках: a, d — снимки со спутника WorldView-2 от 20.09.2012; b, e — снимки со спутника Канопус-В No 1 от 06.10.2015; c, f — снимки со спутника Sentinel-2A от 07.08.2018 (Докукин и др. 2019)

Актуальность

Заградительные сооружения, Шамони.

Различные подходы

Для изучения задачи разрушения и уноса потоком подстилающей поверхности были рассмотрены различные подходы для моделирования склоновых потоков. Для двух наиболее популярных было проведено исследования возможности моделирования разрушения подстилающей поверхности. Эти два подхода это:

- С использованием осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды (уравнений типа мелкой воды)
- С использованием трёхмерного многофазного подхода, основанного на полных, не осреднённых по глубине, уравнениях механики сплошной среды

Данные два подхода были применены для моделирования эксперимента по спуску водо-снежного потока в лотке (Agustsdottir 2019; Jones 2019) и для расчёта лавинного потока в 22 лавинном очаге на горе Юкспор Хибины.

Математическая модель

Осреднённые по глубине уравнения

Математическая модель Раутера и Туковика, используемая в данной работе отличается от (Savage и K. Hutter 1989; Savage и K. Hutter 1991; Grigorian, Eglit и Iakimov 1967; Greve, Koch и Kolumban Hutter 1994) тем, что она записывается в глобальной декартовой системе координат, не привязанной к склону.

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial h}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (h\bar{\boldsymbol{u}}) = 0, \\
\dfrac{\partial (h\bar{\boldsymbol{u}})}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (h\bar{\boldsymbol{u}}\bar{\boldsymbol{u}}) = -\dfrac{1}{\rho}\boldsymbol{\tau}_b + h\boldsymbol{g} - \dfrac{1}{2\rho}\boldsymbol{\nabla}(hp_b) - \dfrac{1}{\rho}\boldsymbol{n}_b p_b, \\
\boldsymbol{\tau}_b = \mu p_b \dfrac{\bar{\boldsymbol{u}}}{|\bar{\boldsymbol{u}}| + u_0} + \dfrac{\rho g}{\xi}|\bar{\boldsymbol{u}}|\bar{\boldsymbol{u}}.
\end{cases}
$$

Математическая модель

Осреднённые по глубине уравнения

Первое уравнение системы представляет собой осреднённое по глубине уравнение неразрывности, второе и третье уравнения системы, представляют собой нормальную и касательную к склону составляющие осреднённого по глубине закона сохранения количества движения:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial h}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (h\bar{\boldsymbol{u}}) = 0, \\
\dfrac{\partial (h\bar{\boldsymbol{u}})}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}_t \cdot (h\bar{\boldsymbol{u}}\bar{\boldsymbol{u}}) = -\dfrac{1}{\rho}\boldsymbol{\tau}_b + h\boldsymbol{g}_t - \dfrac{1}{2\rho}\boldsymbol{\nabla}_t(hp_b), \\
\boldsymbol{\nabla}_n \cdot (h\bar{\boldsymbol{u}}\bar{\boldsymbol{u}}) = h\boldsymbol{g}_n - \dfrac{1}{2\rho}\boldsymbol{\nabla}_n(hp_b) - \dfrac{1}{\rho}\boldsymbol{n}_b p_b, \\
\boldsymbol{\tau}_b = \mu p_b \dfrac{\bar{\boldsymbol{u}}}{|\bar{\boldsymbol{u}}| + u_0} + \dfrac{\rho g}{\xi}|\bar{\boldsymbol{u}}|\bar{\boldsymbol{u}}.
\end{cases}
$$

Математическая модель

Многофазная трёхмерная модель

Поток рассматривается как многофазное течение, одна из фаз — воздух, другая — материал потока (снег или грязе-каменная смесь), каждая из фаз считается несжимаемой и обе фазы имеют единую скорость.

$$
\begin{cases}
\nabla \cdot \bar{\boldsymbol{u}} = 0, \\
\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\boldsymbol{u}} \alpha) = 0, \\
\dfrac{\partial (\rho \bar{\boldsymbol{u}})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} \bar{\boldsymbol{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \rho \bar{\boldsymbol{f}}, \\
\dfrac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} k) = \nabla \cdot (\mu \nabla k) - \nabla \cdot \left(\dfrac{\mu_t}{\sigma_k} \nabla k + P_k \right) - \rho \varepsilon, \\
\dfrac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\boldsymbol{u}} \varepsilon) = C_{\varepsilon 1} P_k \dfrac{\varepsilon}{k} - \rho C_{\varepsilon 2} \dfrac{\varepsilon^2}{k} + \nabla \cdot \left(\dfrac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right).
\end{cases}
$$

Математическая модель

Многофазная трёхмерная модель

Две несжимаемые и несмешиваемые фазы представлены в вычислительной области некоторой смесью с физическими характеристиками, посчитанными по принципу весового среднего. Используются следующие замыкающие соотношения:

$$
\begin{cases}
\bar{\boldsymbol{\tau}} = 2\mu_{eff}\bar{\boldsymbol{s}}, \quad \bar{\boldsymbol{s}} = 0.5\left[\boldsymbol{\nabla}\bar{\boldsymbol{u}} + (\boldsymbol{\nabla}\bar{\boldsymbol{u}})^T\right], \\
\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad \mu_t = \rho C_\mu k^2/\varepsilon, \\
\rho = \rho_1\alpha + \rho_0(1-\alpha), \\
\mu = \nu\rho, \quad \nu = \nu_1\alpha + \nu_0(1-\alpha), \\
\nu_1 = \nu_1(\dot{\gamma}) = \min(\nu_{ref}, \dfrac{\tau_{ref}}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}), \\
\dot{\gamma} = \sqrt{2\bar{\boldsymbol{s}}\cdot\bar{\boldsymbol{s}}}.
\end{cases}
$$

Программное обеспечение

Используется свободно распространяемое программное обеспечение с открытым исходным кодом **OpenFOAM**, обладающее следующим рядом преимуществ:

- возможность имплементации новых моделей,
- хорошая задокументированность,
- модульное устройство кода,
- широкое распространение, многочисленность разработчиков и пользователей.

Подход с использованием осреднённых по глубине уравнений механики сплошной среды (уравнений типа мелкой воды)

решатель **faSavageHutterFoam**

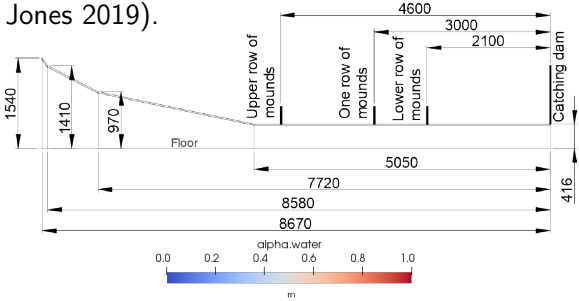
Подход с использованием трёхмерного многофазного подхода, основанного на полных уравнениях механики сплошной среды

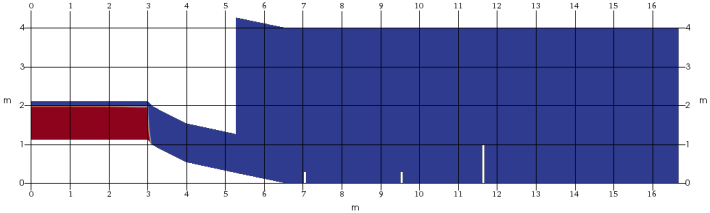
решатель **interFoam**

Объект исследования

Верификационный эксперимент

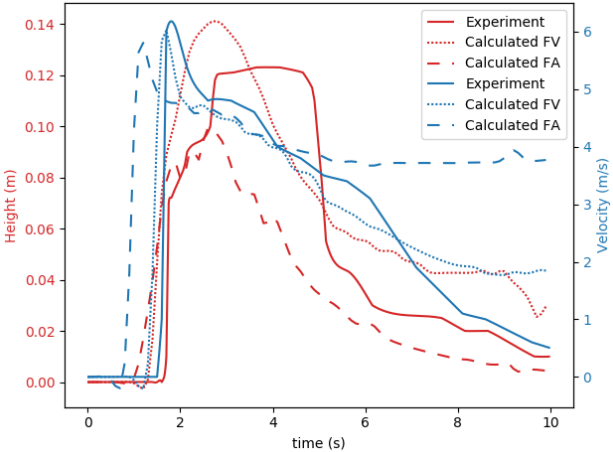
Моделируется эксперимент поставленный в Университете Исландии (Agustsdottir 2019; Jones 2019).





Результаты

Верификационный эксперимент без заграждений



Графики скорости и глубины потока, замеренные на расстоянии 11.1 метра от начала установки для натурного эксперимента (Experiment), вычисленные с помощью решателя faSavageHutterFoam (Calculated FA) и вычисленные с помощью решателя interFoam (Calculated FV).

Результаты

Верификационный эксперимент с тремя дамбами

Сравнение измеренных и рассчитанных параметров потока.

	Экспериментальные данные	Расчётные данные
Высота первого всплеска на основной дамбе	1.3 м	1.45 м
Высота потока, переливающегося через дамбу	0.5 м	0.35 м
Средняя высота потока перед основной дамбой в третьей фазе	0.4 м	0.45 м
Время с начала взаимодействия потока с основной дамбой	1.25 с	0.9 с
Объём перепрыгнувший через основную дамбу	2.684 м^3	2.133 м^3

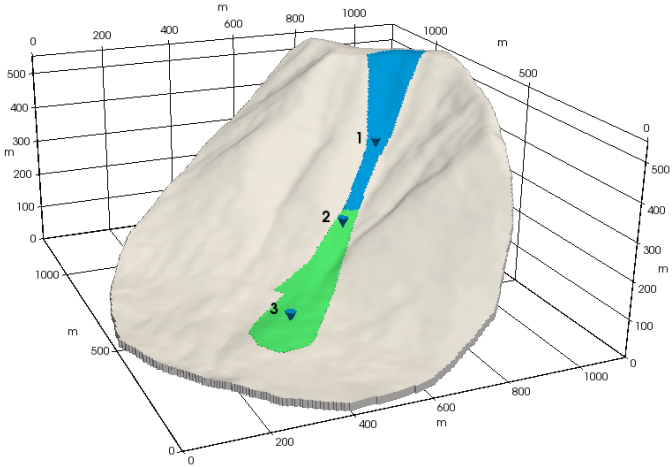
Объект исследования

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины

18 февраля 2016 года искусственно спущенная в данном очаге лавина приобрела катастрофический характер и унесла жизни троих людей, были засыпаны железная и автомобильная дороги, выбиты стёкла в трёх близлежащих домах.

Объект исследования

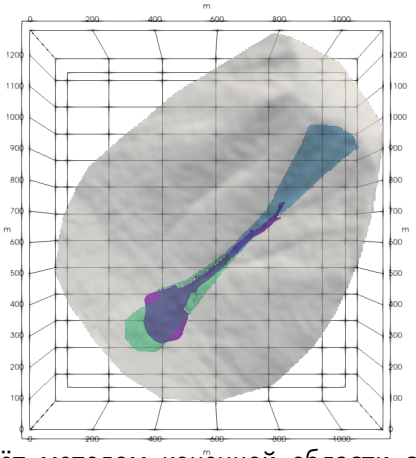
22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



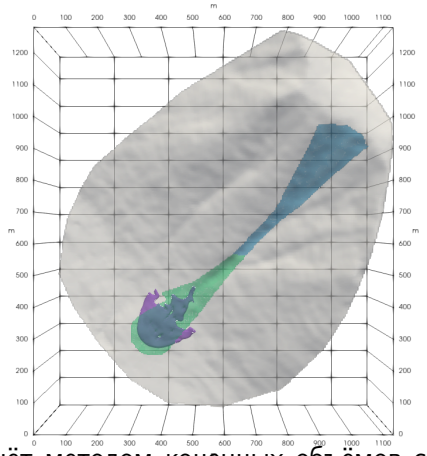
Цифровая модель рельефа 22 лавинного очага с точками замера параметров потока и зонами зарождения лавины (голубой) и лавинных отложений (зелёный).

Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



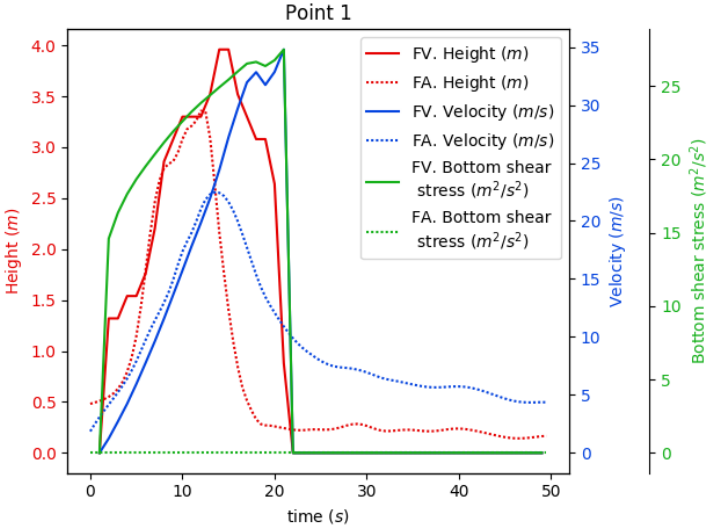
Расчёт методом конечной области с использованием уравнений, осреднённых по глубине



Расчёт методом конечных объёмов с использованием многофазной модели потока

Результаты

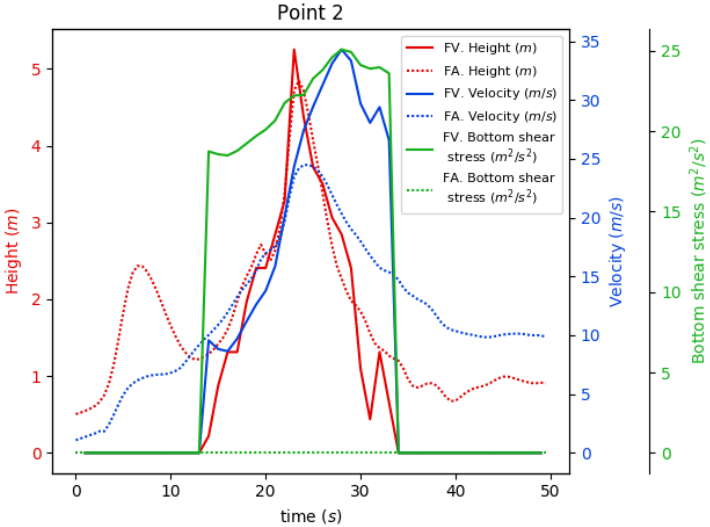
22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 1

Результаты

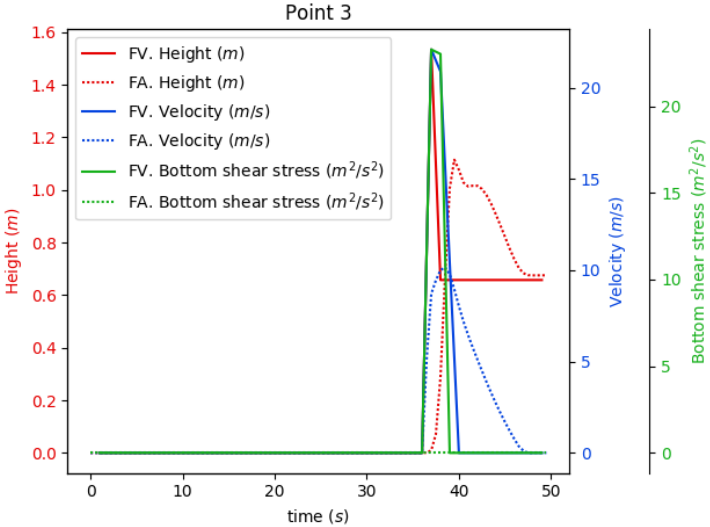
22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 2

Результаты

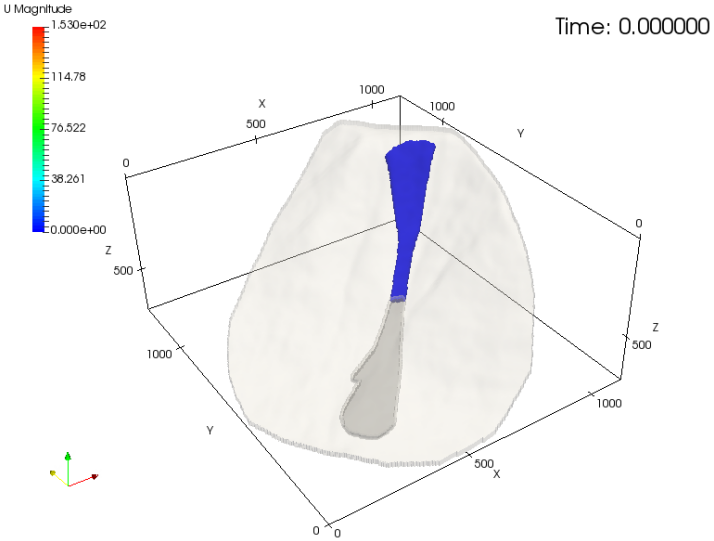
22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Изменение глубины, средней скорости потока, напряжения на дне со временем в точке 3

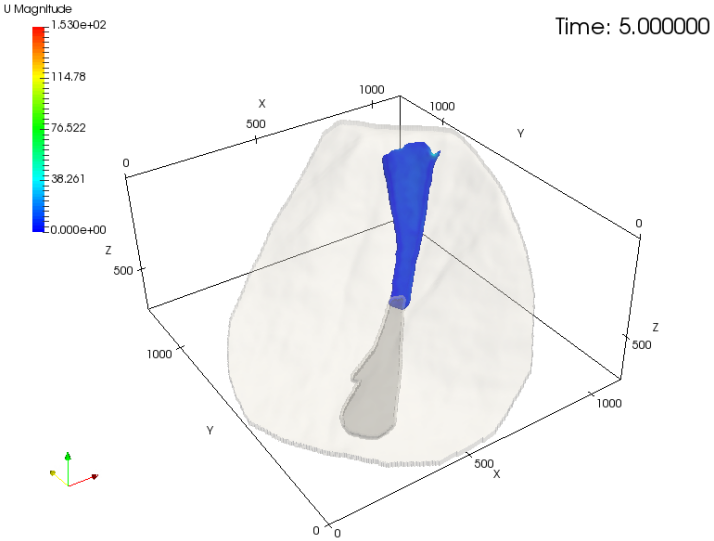
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



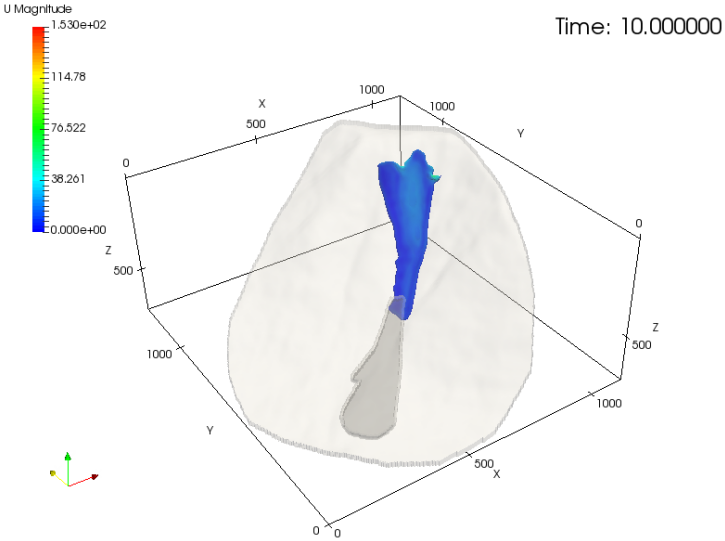
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



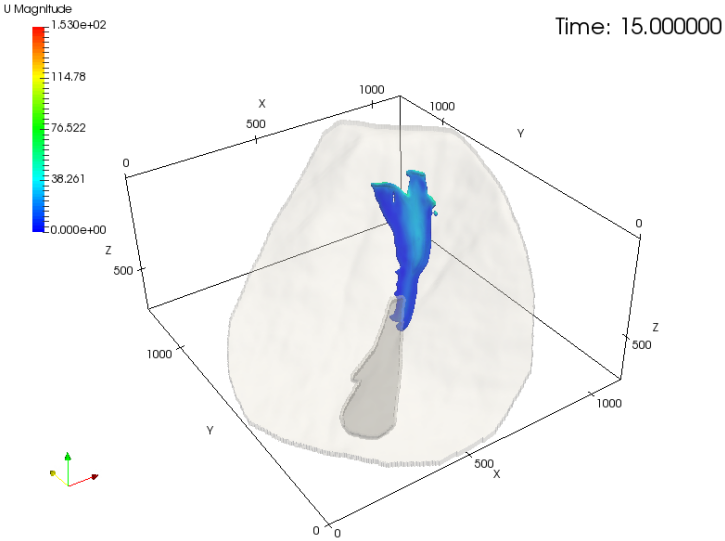
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



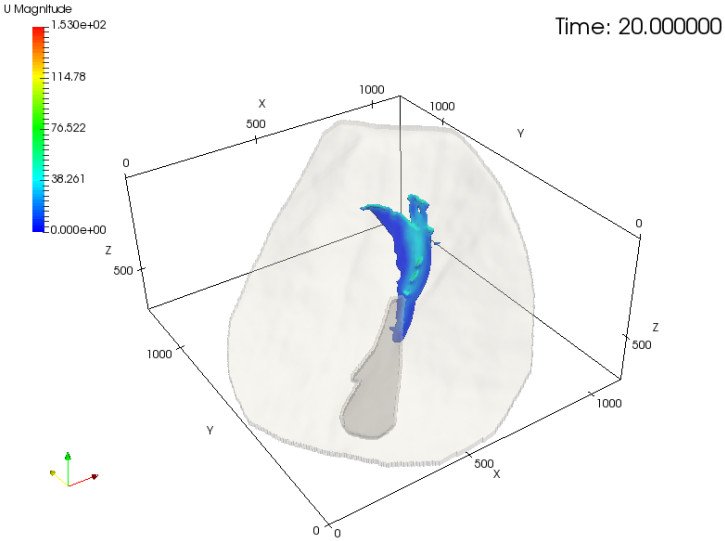
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



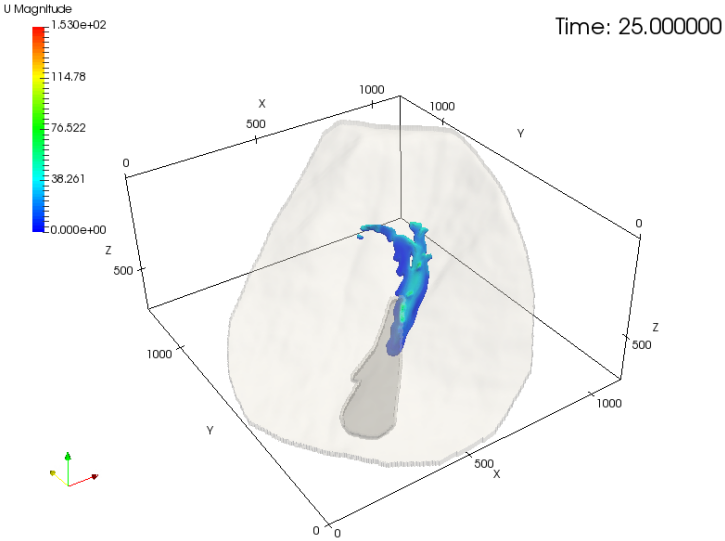
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



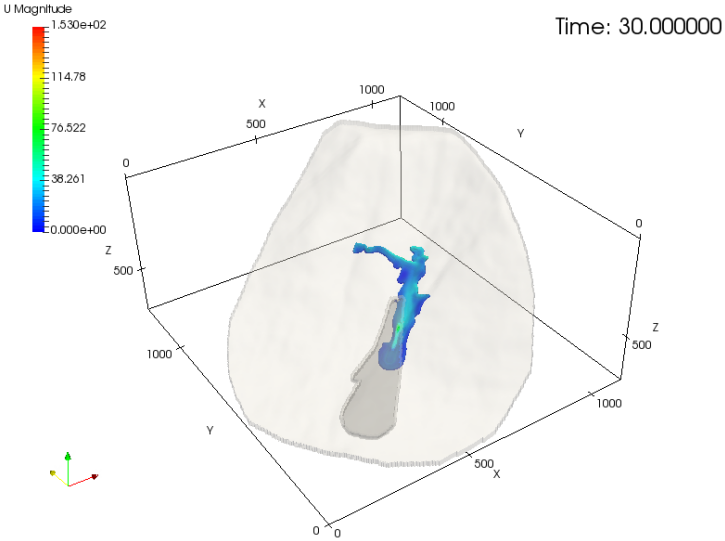
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



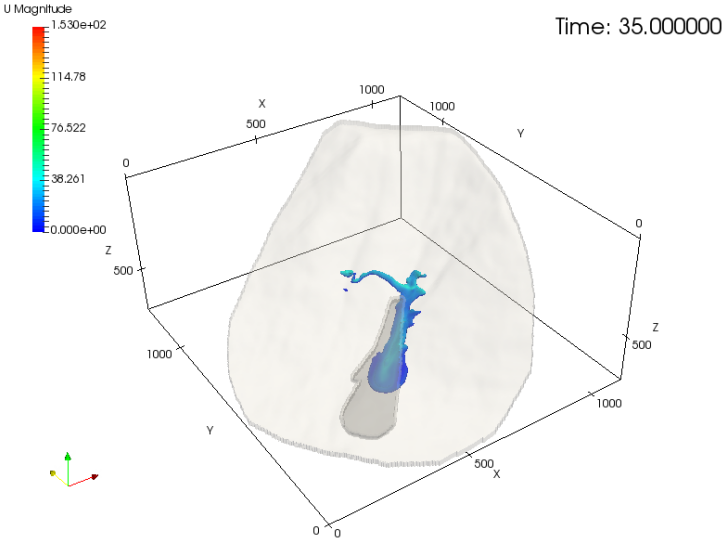
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



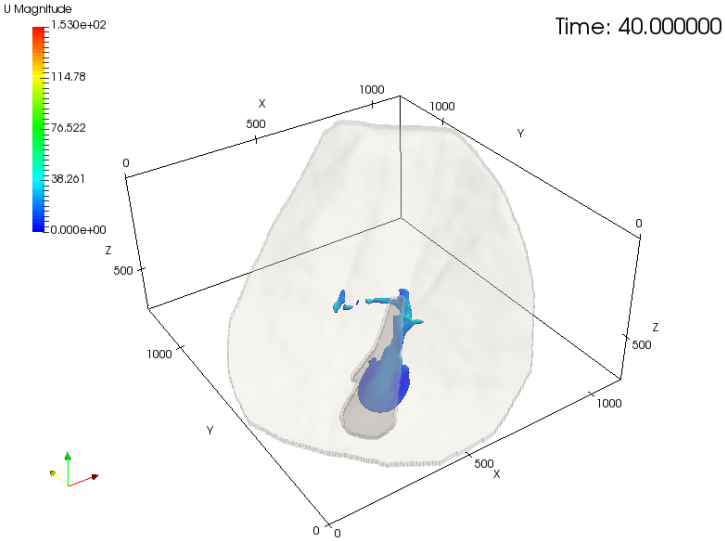
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



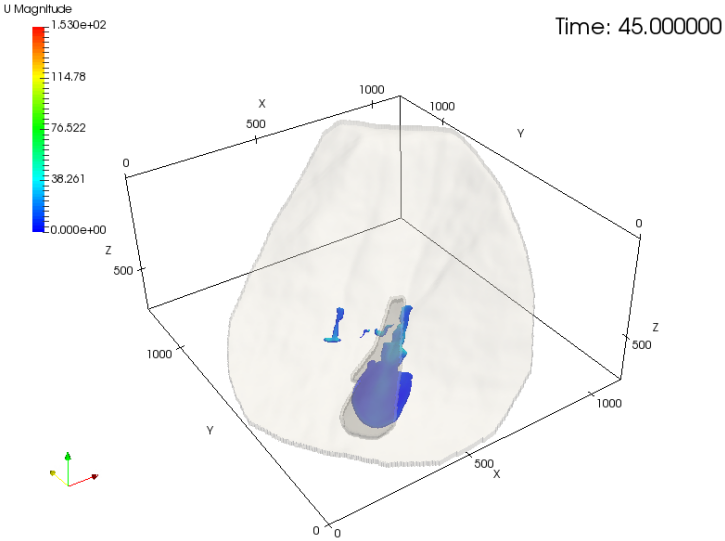
Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Результаты

22 лавинный очаг горы Юкспор, Хибины



Выводы

- Проведено моделирование эксперимента со спуском потока в лотке при наличии комплекса заградительных сооружений
- Данные вычисления позволяют оценить область применимости каждой из использованных моделей
- Решение, полученное с помощью решателя interFoam, позволяет рассчитать такие параметры, как скорость потока, плотность, глубина, вязкость, сдвиговое напряжение на дне
- Трёхмерный расчёт крупномасштабного склонового потока вычислолительно сложен, подход с использованием уравнений мелкой воды вычислительно менее затратный
- Эффективно комбинировать два рассмотренных подхода
- Требуют уточнения в подходе с использованием уравнений мелкой воды модели замыкающие соотношения описывающие трение на дне и захват материала потоком
- Уточнения таких моделей можно получить из анализа трёхмерных расчётов

Коэффициенты

Модель с использованием многофазного подхода:

$\rho_{snow} = 200$ кг/м^3,
$\rho_{air} = 1$ кг/м^3,
$\nu_{air} = 1.48 \cdot 10^{-}5$ м^2/с,
$\nu_{ref} = 10^7$ м^2/с,
$\tau_{ref} = 10$ м^2/с^2,
$K = 6$ м^2/с,
$n = 0.4$,
$C_\mu = 0.09$,
$C_{\varepsilon 1} = 1.44$,
$C_{\varepsilon 2} = 1.92$,
$\sigma_k = 1.0$,
$\sigma_\varepsilon = 1.3$.

Модель с использованием уравнений мелкой воды:

$\rho = 200$ кг/м^3,
$\mu = 0.577$,
$\xi = 10^4$ м/с^2,
$u_0 = 10^{-3}$ м/с.

Список литературы I

Agustsdottir, Katrin Helga (май 2019). “The design of slushflow barriers: Laboratory experiments”. дис. ... док. Haskolaprent, Falkagata 2, 107 Reykjavik, Iceland: Faculty of Industrial Eng., Mechanical Eng., и Computer Science, University of Iceland.

Greve, Ralf, Thilo Koch и Kolumban Hutter (1994). “Unconfined flow of granular avalanches along a partly curved surface. I. Theory”. в: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences* 445.1924, с. 399—413. DOI: 10.1098/rspa.1994.0068.

Grigorian, S. S., M. E. Eglit и Y. L. Iakimov (1967). “A new formulation and solution of the problem of snow avalanche motion”. в: *Trudy Vycokogornogo Geofizicheskogo Inst.* 12, с. 104—113.

Jones, Rebecca Anne (окт. 2019). “The Design of Slushflow Barriers:CFD Simulations”. дис. ... док. Haskolaprent, Falkagata 2, 107 Reykjavik, Iceland: Faculty of Industrial Eng., Mechanical Eng., и Computer Science, University of Iceland.

Список литературы] Список литературы

Savage, S. B. и K. Hutter (1989). “The motion of a finite mass of granular material down a rough incline”. в: *Journal of Fluid Mechanics* 199, с. 177—215. DOI: 10.1017/S0022112089000340.

– (1991). “The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis”. в: *Acta Mechanica* 86.1, с. 201—223. DOI: 10.1007/BF01175958.

Докукин, Михаил Дмитриевич и др. (2019). “Барсемская селевая катастрофа на Памире в 2015 году и ее аналоги на Центральном Кавказе”. в: *Геориск* 13.1, с. 26—36. ISSN: 1997-8669.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!